シュタッケルベルグ均衡と独占の関係

1単位あたりの生産に関する費用がcで一定である企業が、N社だけ存在する市場を考えよう。各企業$i, i=1,\ldots,N$は、それぞれ期間iに自社の生産量q_iを決めると仮定し、この市場の需要曲線は$Q=a-p$で与えられているとする。ここで$N \geq 2$、a, cは正の定数であり、pは価格、Qは市場全体の生産量、$\sum_{i=1}^{N} q_i$である。このとき、次の定理が成り立つ。

定理 1. このシュタッケルベルグ競争の均衡において、i番目に行動する企業の生産量q_iは、

$q_i^{\ s} = \dfrac{a-c}{2^i}$ で与えられる。

この定理の証明のために、シュタッケルベルグ競争における、いくつかの重要な定理を紹介しておこう。

定理 2. i番目に行動する企業は、期間iに存在する需要に対して、独占的に行動する。

厳密な証明は省くが、この内容を示すために、最も単純な 2 企業のケースで考えよう。先導者の生産量q_1を所与として行動する追随者の利潤は、

$$\pi = \{a-(\overline{q}_1+q_2)\}q_2 - cq_2 \tag{1.1}$$

で表される。この式の括弧を動かすと、

$$\pi = \{(a-\overline{q}_1)-q_2\}q_2 - cq_2 \tag{1.2}$$

となる。これは、需要曲線の式が$Q=a-\overline{q}_1-p$で与えられている独占企業の利潤の式に他ならない。当然のことながら、(1.1)について利潤最大化問題を解いたq_2と、(1.2)のそれは一致する。よって、追随者について定理 2 の内容が成り立つ事が示された。

次に先導者のケースを考える。追随者の反応曲線の式を(1.1)から導くと、

$$q_2 = \frac{a-c-q_1}{2} \tag{1.3}$$

である。これを先導者の利潤の式に代入することで、

$$\pi = \left\{a - \left(q_1 + \frac{a-c-q_1}{2}\right)\right\}q_1 - cq_1 \tag{1.4}$$

を得る。(1.4)より利潤を最大化するq_1を求めると、

$$q_1 = \frac{a-c}{2} \tag{1.5}$$

である。これは定理 1 の$i=1$に相当している。

さて、定理 2 の内容を示すために、需要構造と費用構造が等しい独占企業について考えよう。この企業の利潤の式は、

$$\pi = (a-q_1)q_1 - cq_1 \tag{1.6}$$

で与えられる。これをq_1について解くと、

$$q_1 = \frac{a-c}{2} \tag{1.7}$$

となるが、これは(1.5)と全く等しい。シュタッケルベルグ競争における先導者は、独占企業と同じ生産量を選んでいるのである。

以上、先導者は元々の需要曲線について独占的に行動し、追随者は需要がq_1だけ奪われた需要曲線$Q = a - \overline{q}_1 - p$について、独占的に行動していることが示された。つまりシュタッケルベルグ競争では、寡占状態ではありながらも、各段階において各企業は、まるで独占企業であるかのように振る舞っているのである。

この議論の内容は、自然と次の定理を示唆する。

定理 3. 企業の新規参入は、既存企業の利潤は変化させても、生産量までは変化させない。

先ほど(1.5)と(1.7)で見たように、ある独占企業にとって、同じ費用構造をもつ企業の参入は、その生産量を変化させるだけの事象ではない。これがクールノー競争のような同時手番ゲームならば、新規企業の参入は既存企業の生産量を変化させうるが、シュタッケルベルグ競争ではそうではない。これは、追随者の反応曲線の式を代入した、先導者の利潤の式(1.4)を変形することで、理解が容易であろう。

$$\begin{aligned}\pi &= \left\{a - \left(q_1 + \frac{a-c-q_1}{2}\right)\right\}q_1 - cq_1 \\ &= \frac{1}{2}(2a - 2q_1 - a + c + q_1)q_1 - cq_1 \\ &= \frac{1}{2}(2a - 2q_1 - a + q_1)q_1 - \frac{1}{2}cq_1 \\ &= \frac{1}{2}\{(a - q_1)q_1 - cq_1\}\end{aligned}$$

先導者はこの利潤を最大化するが、その結果は、$\frac{1}{2}\{(a-q_1)q_1 - cq_1\}$の括弧の中身である$(a-q_1)q_1 - cq_1$を最大化したものと等しいはずである。すなわち、元独占企業であるこの先導者にとって、追随者の新規参入は、利潤は半減させるものの、生産量を変化させる要因ではないのである。

では手筈が整った所で、定理 1 の証明に取りかかろう。

命題. **需要曲線が**$Q = a - p$**であり、単位費用が**c**である市場のシュタッケルベルグ均衡において、**$i(i = 1,\ldots,N)$**番目に行動する企業の生産量**q_i**は、**$q_i^{\ s} = \dfrac{a-c}{2^i}$**で与えられる。ただし**$N \geq 2$**、**$a, c$**は正の定数であり、**$p$**は価格、**$Q$**は市場全体の生産量である。**

証明）数学的帰納法で考える。すなわち、全ての自然数Nについて、この命題が成り立つことを証明すれば良い。

①$N = 2$のときを考える。

$i = 1$について命題が成り立つことは(1.5)で示したので、ここでは$i = 2$、つまり追随者の生産量について考える。先導者の生産量は$q_1 = \dfrac{a-c}{2}$であるので、これを追随者の反応曲線(1.3)に代入することで、

$$q_2 = \frac{a-c}{4} \tag{1.8}$$

を得る。よって$N = 2$のとき、命題は成り立つ。

②$N = k$のとき命題が成り立つと仮定して、$N = k + 1$のときを考える。

①では先導者・追随者と、全ての企業の生産量について調べたが、ここではその必要はない。何故ならば、定理 3 の「企業の新規参入は、既存企業の利潤は変化させても、生産量までは変化させない。」より、$N = k + 1$のときの$i = 1,\ldots,k$番目に行動する企業の生産量は、$N = k$のときと等しいからである。さらにここでは$N = k$のときに命題が成り立つと仮定しているので、$N = k + 1$のときの$i = 1,\ldots,k$番目に行動する企業については、自動的に命題の内容が成り立っているはずである。よって、$k + 1$番目に行動する企業の生産量のみを考えれば良い。

$k+1$番目に行動する企業は、定理 2 より、$a-\sum_{i=1}^{k} q_i$ だけ残った需要に対して独占的に行動する。ここで、仮定より $i=1,\ldots,k$ について $q_i = \dfrac{a-c}{2^i}$ であるから、これをそのまま利用して $\sum_{i=1}^{k} q_i$ を求めると、

$$\sum_{i=1}^{k} q_i = \sum_{i=1}^{k}\left(\frac{a-c}{2^i}\right)$$

$$= \frac{\dfrac{(a-c)}{2}\left\{1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^k\right\}}{1-\dfrac{1}{2}}$$

$$= (a-c)\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^k\right\} \tag{1.9}$$

となる。

この企業の限界収入 MR は、

$$MR = a-\sum_{i=1}^{k} q_i - 2q_{k+1} \tag{1.10}$$

であるから、これに(1.9)を代入し、$MR = MC$ の関係から q_{k+1} を求めると、

$$q_{k+1} = \frac{(a-c)-\left[(a-c)\left\{1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^k\right\}\right]}{2}$$

$$= \frac{a-c}{2^{k+1}} \tag{1.11}$$

となる。よって、命題が成り立つことが示された。 □